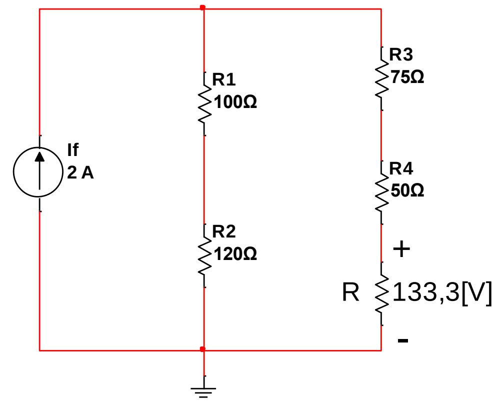
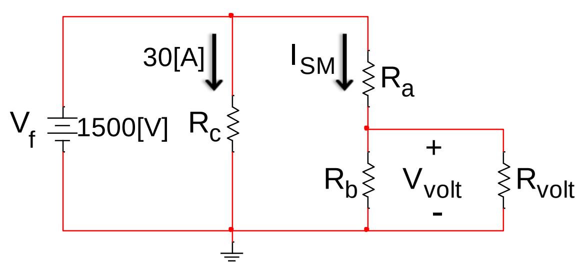
1. **Divisor de Corriente: Determine los valores desconocidos, de tal forma que se cumplan las condiciones descritas en el circuito**



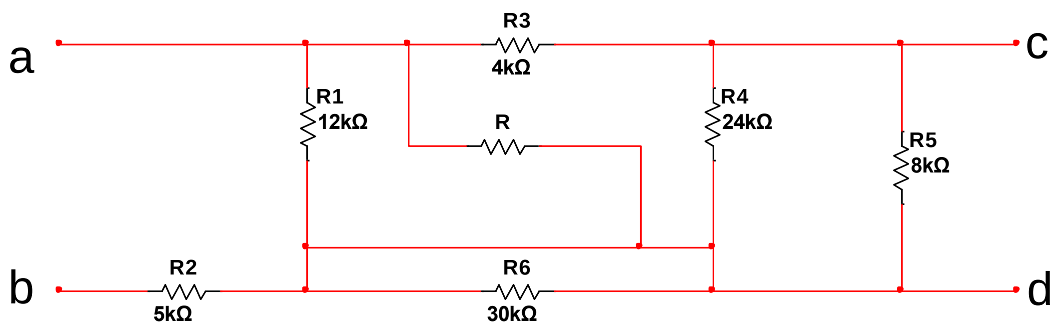
   a. **Determinar la Resistencia R (5 puntos)**
   b. **Determinar la Corriente ia. (6 puntos)**
   c. **Determinar la tensión Vf en los terminales de la fuente de corriente (6 puntos)**

2. **Divisor de Tensión: Diseñar un sistema de medición de tensión, si únicamente se dispone de un Voltímetro que puede medir mínimo 30 [V] y máximo 600 [V], y que tiene una resistencia interna de 10 [MΩ]. La corriente Ism que circule por el sistema de medida de tensión debe ser menor a 30[mA].**



   a. **Determinar la Resistencia Ra (5 puntos)**
   b. **Determinar la Resistencia Rb (6 puntos)**
   c. **Determinar la Corriente del sistema de medida Ism. (6 puntos)**

3. **Resistencia equivalente:**



   a. **Si la resistencia equivalente vista desde los terminales a-b es de 9 [kΩ]. ¿Entonces qué valor tiene la resistencia R? (4 puntos)**
   b. **Ahora, redibuje el circuito, colocando una fuente de tensión de 15 [V] entre los terminales c y d de tal forma que la Vcd= 15[V], y adicionalmente utilice el valor de R, que determinó en el literal a. Determine la tensión en la resistencia de 30[kΩ]. (6 puntos)**
   c. **Utilizando el circuito original que carece de fuente de tensión y utilizando la resistencia R determinada en el literal a. Calcule la Resistencia Equivalente Req vista desde los terminales c-d y la resistencia equivalente vista desde los terminales b-d. (7 puntos)**

Primer Punto-**Divisor de Corriente**

Solución Literal a)

Para dar solución al problema propuesto se inicia indicando las tensiones y corrientes en todos los elementos del circuito, como se muestra a continuación.

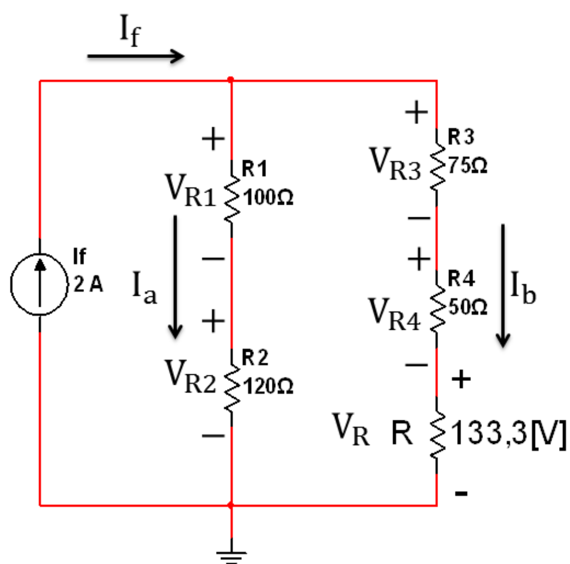


Figura 1. Circuito Indicando Tensiones y Corrientes

Una vez indicadas las tensiones y corrientes en el circuito inicial se procede a transformarlo mediante la reducción de resistencias.

La primera reducción que se puede realizar es la serie entre las resistencias R_1 y R_2

$$R_A = R_1 - - R_2 \quad \rightarrow \quad R_A = R_1 + R_2 \qquad \text{"\textbf{Donde} (−−) \textbf{Indica elementos conectados en serie}"}$$

Sustituyendo los valores asignados por el problema se obtiene:

$$R_A = 100[\Omega] + 120[\Omega] \quad \rightarrow \quad R_A = 220[\Omega]$$

La segunda reducción que se puede realizar es la serie entre las resistencias R_3, R_4 y R

$$R_B = R_3 - -R_4 - -R \quad \rightarrow \quad R_A = R_3 + R_4 + R \qquad \text{"\textbf{Donde} (−−) \textbf{Indica elementos conectados en serie}"}$$

Sustituyendo los valores asignados por el problema se obtiene:

$$R_A = 75[\Omega] + 50[\Omega] + R \quad \rightarrow \quad R_A = (125 + R)[\Omega]$$

Una vez realizadas las reducciones de resistencias citadas, se procede a reescribir el circuito como se observa a continuación.

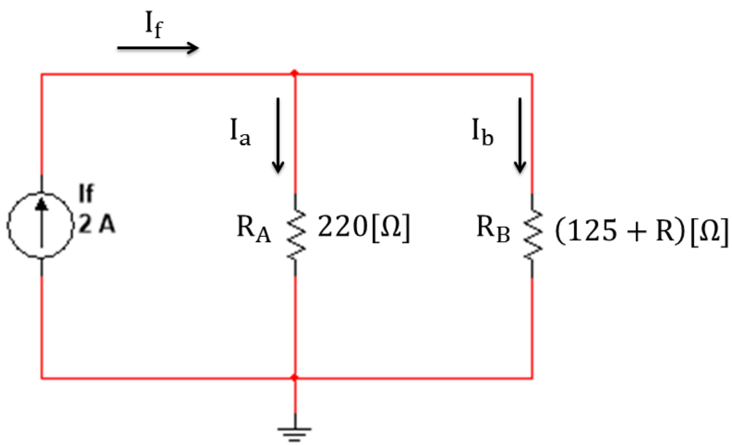


Figura 2. Circuito Transformado Mediante Reducción de Resistencias

Para el circuito de la Figura 2, se realiza un Divisor de Corriente en la Resistencia R_B

$$I_b = I_f * \frac{R_A}{R_A + R_B} \qquad \text{Ecuación (1)}$$

Ahora para el circuito de la Figura 1, se aplica la ley de ohm para expresar I_b en términos de V_R y R datos que son conocidos en el problema.

$$V_R = I_b * R \quad \rightarrow \quad \text{Ley de Ohm}$$

De la ecuación de ley de ohm se despeja la variable I_b obteniendo:

$$I_b = \frac{V_R}{R} \qquad \text{Ecuación (2)}$$

Dado que el objetivo del problema es obtener el valor de R, se aplicarán los conceptos de ecuaciones lineales para obtener el valor de R requerido tal como se muestra a continuación.

Dado que en la Ecuación (1) y Ecuación (2) esta despejada la variable I_b se pueden igualar estas dos ecuaciones obteniendo la siguiente expresión

$$I_f * \frac{R_A}{R_A + R_B} = \frac{V_R}{R}$$

Una vez obtenida la igualdad se proceden a reemplazar los datos conocidos del problema para obtener una expresión más sencilla de trabajar.

$$I_f * \frac{R_A}{R_A + R_B} = \frac{V_R}{R}$$

Donde $I_f = 2[A]$, $R_A = 220[\Omega]$, $R_B = (125 + R)[\Omega]$ y $V_R = 133{,}3[V]$

$$(2[A]) * \frac{(220[\Omega])}{(220[\Omega]) + \left((125 + R)[\Omega]\right)} = \frac{133{,}3[V]}{R[\Omega]}$$

Antes de realizar las respectivas operaciones que nos permitan obtener el valor de R, es importante realizar un análisis dimensional que permita garantizar que los valores obtenidos además de ser correctos tengan sentido dimensionalmente hablando.

Para ello es necesario recordar las siguientes equivalencias entre las unidades respectivas

$$\text{Tensión} = \text{Voltios } [V]$$

$$\text{Corriente} = \text{Amperios } [A]$$

$$\text{Resistencia} = \text{Ohmios } [\Omega]$$

La ley de ohm es quien relaciona las variables de Tensión, Corriente y Resistencia, y dimensionalmente se puede ver de la siguiente manera.

$$V = I * R \quad \rightarrow \quad [V] = [A] * [\Omega] \quad \rightarrow \quad \text{Tensión}$$

$$I = \frac{V}{R} \quad \rightarrow \quad [A] = \frac{[V]}{[\Omega]} \quad \rightarrow \quad \text{Corriente}$$

$$R = \frac{V}{I} \quad \rightarrow \quad [\Omega] = \frac{[V]}{[A]} \quad \rightarrow \quad \text{Resistencia}$$

Teniendo en cuenta lo anterior es posible reescribir la expresión obtenida al igualar las ecuaciones (1) y (2) realizando el análisis dimensional requerido.

$$\frac{(2[A]) * (220[\Omega])}{(220[\Omega]) + \left((125 + R)[\Omega]\right)} = \frac{133{,}3[V]}{R[\Omega]} \quad \rightarrow \quad \frac{(440[A] * [\Omega])}{(220[\Omega]) + \left((125 + R)[\Omega]\right)} = \frac{133{,}3[V]}{R[\Omega]}$$

$$\frac{(440[V])}{(220[\Omega]) + \left((125 + R)[\Omega]\right)} = \frac{133{,}3[V]}{R[\Omega]} \quad \rightarrow \quad \frac{R[\Omega]}{(220[\Omega]) + \left((125 + R)[\Omega]\right)} = \frac{133{,}3[V]}{(440[V])}$$

Teniendo en cuenta que las Ecuaciones (1) y (2) representaban la corriente I_b era de esperarse que el resultado dimensional obtenido fuera adimensional, pero esto no quiera decir que el resultado final no tendrá unidades, por el contrario, la unidad asignada serán ohmios dado que el valor a encontrar representa una Resistencia este resultado no es más que un resultado matemático.

Dicho lo anterior se procede a despejar la incógnita del problema que es R

$$\frac{\mathrm{R}}{(220)+\left((125+\mathrm{R})\right)}=\frac{133{,}3}{440} \quad\rightarrow\quad 440*\mathrm{R}=133{,}3*(220+125+\mathrm{R})$$

Resolviendo las operaciones del paréntesis se obtiene:

$$440*\mathrm{R}=133{,}3*(345+\mathrm{R})$$

Ahora aplicando la propiedad distributiva de la aritmética se obtiene:

$$440*\mathrm{R}=\frac{91977}{2}+133{,}3*\mathrm{R}$$

Aplicando los conceptos de ecuaciones lineales se debe dejar del lado izquierdo todo lo que dependa de R y el resto del lado derecho de la igualdad.

$$440*\mathrm{R}-133{,}3*\mathrm{R}=\frac{91977}{2} \quad\rightarrow\quad \frac{3060}{10}*\mathrm{R}=\frac{91977}{2}$$

Finalmente se despeja la variable R multiplicando por el inverso de $\frac{3060}{10}$ toda la igualdad

$$\left(\frac{10}{3060}\right)\left(\frac{3060}{10}*\mathrm{R}\right)=\left(\frac{91977}{2}\right)\left(\frac{10}{3060}\right) \quad\rightarrow\quad \mathrm{R}=\frac{459885}{3067}\approx 149{,}946201[\Omega]$$

Como se puede observar el proceso para despejar R no es complejo, pero si algo laborioso, por este hecho también se puede constatar que el resultado obtenido es correcto mediante la utilización de un software como Matlab como se verá a continuación.

```
% Solución Primer Punto Parcial II
% Semestre 2017-III
% Autor: Luis Felipe Imbachi Guerrero (Monitor de Análisis de Circuitos I)

clc
clear all
close all

syms x

IF = input('Ingrese El Valor De La Fuente De Corriente = ');
R1 = input('Ingrese El Valor De La Resistencia R1 = ');
R2 = input('Ingrese El Valor De La Resistencia R2 = ');
R3 = input('Ingrese El Valor De La Resistencia R3 = ');
R4 = input('Ingrese El Valor De La Resistencia R4 = ');
VR = input('Ingrese El Valor De La Tensión En R = ');

RA = R1 + R2;
```

```
RQ = R3 + R4;

R = solve(((RA*IF)/(RA + (RQ + x))) == ((VR)/(x)),x);

fprintf('La Resistencia R Requerida Para El Diseño Es = %f\n',R)
```

El resultado obtenido en Matlab es el siguiente

```
La Resistencia R Requerida Para El Diseño Es = 149.946201
```

Una vez obtenido el valor de R tanto manualmente como con la ayuda de un software como Matlab se procede a resolver los literales b y c del problema propuesto.

Solución Literal b)

Para hallar la corriente I_a se reconstruye el circuito con el valor de R encontrado en el literal anterior para aplicar un Divisor de corriente.

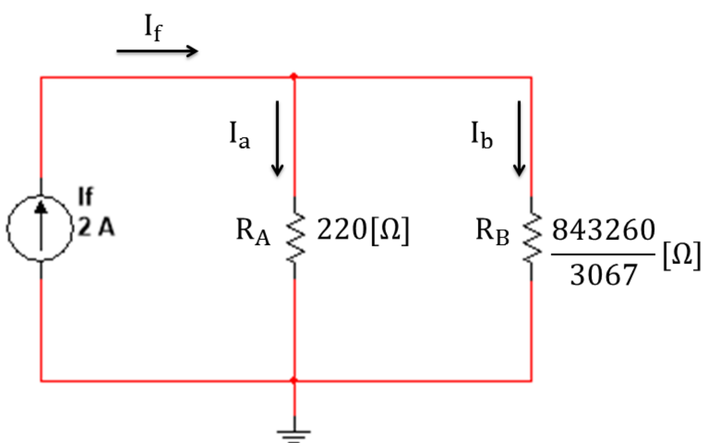


Figura 3. Circuito Literal b

Donde $R_B = \left(125 + \frac{459885}{3067}\right)[\Omega] \rightarrow R_B = \frac{843260}{3067}[\Omega]$

En el circuito de la Figura 3 se aplica un Divisor de Corriente para hallar la corriente I_a

$$I_a = I_f * \frac{R_B}{R_A + R_B}$$

Ahora se sustituyen los valores conocidos y se simplifica para obtener el valor de I_a

$$I_a = (2[A]) * \frac{\left(\frac{843260}{3067}[\Omega]\right)}{(220[\Omega]) + \left(\frac{843260}{3067}[\Omega]\right)} \rightarrow I_a = (2[A]) * \frac{\left(\frac{843260}{3067}[\Omega]\right)}{\left(\frac{1518000}{3067}[\Omega]\right)} \rightarrow I_a = (2[A]) * \frac{3833}{6900}$$

$$I_a = \frac{3833}{3450} \approx 1{,}111014[A]$$

Solución Literal c)

Para dar solución al literal c del problema se procede a asignar una polaridad a la fuente de corriente y mediante la ley de ohm se obtiene el valor de la tensión en la fuente.

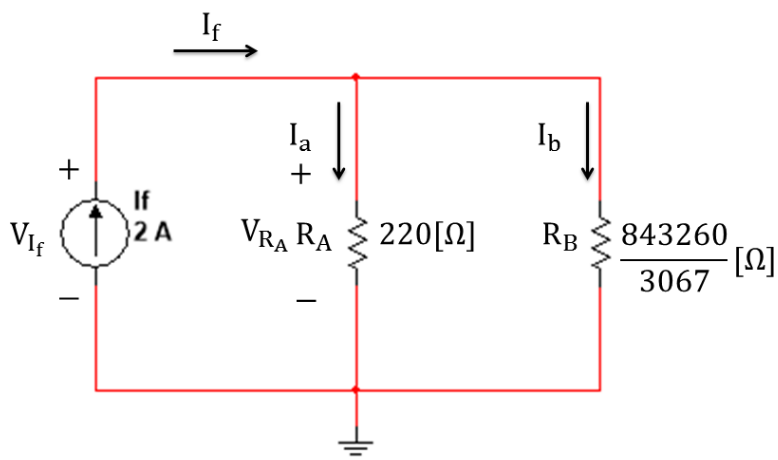


Figura 3. Circuito Literal c

Teniendo en cuenta que dos elementos en paralelo comparten la misma tensión, se procede a utilizar este concepto para obtener el valor de V_{I_f}

En el literal b se pudo obtener el valor de I_a, dado esto se aplica la ley de ohm para obtener el valor de la tensión V_{R_A}, que por estar conectadas R_A e I_f en paralelo esta tensión será la misma en V_{I_f}

$$V_{R_A} = I_a * R_A \quad \rightarrow \quad \text{Ley de Ohm}$$

De la ecuación de ley de ohm se reemplaza los valores conocidos obteniendo:

$$V_{R_A} = \left(\frac{3833}{3450}[A]\right)(2200[\Omega]) \quad \rightarrow \quad V_{R_A} = V_{I_f} = \frac{84326}{344} \approx 244{,}423188[V]$$

$$V_{I_f} = \frac{84326}{344} \approx 244{,}423188[V]$$

Los resultados obtenidos manualmente para dar solución al problema propuesto pueden ser igualmente verificados mediante una simulación en un software capaz de simular circuitos en corriente continua, para efectos de las soluciones que se proponen en este documento el simulador que se utilizara es Multisim 12.

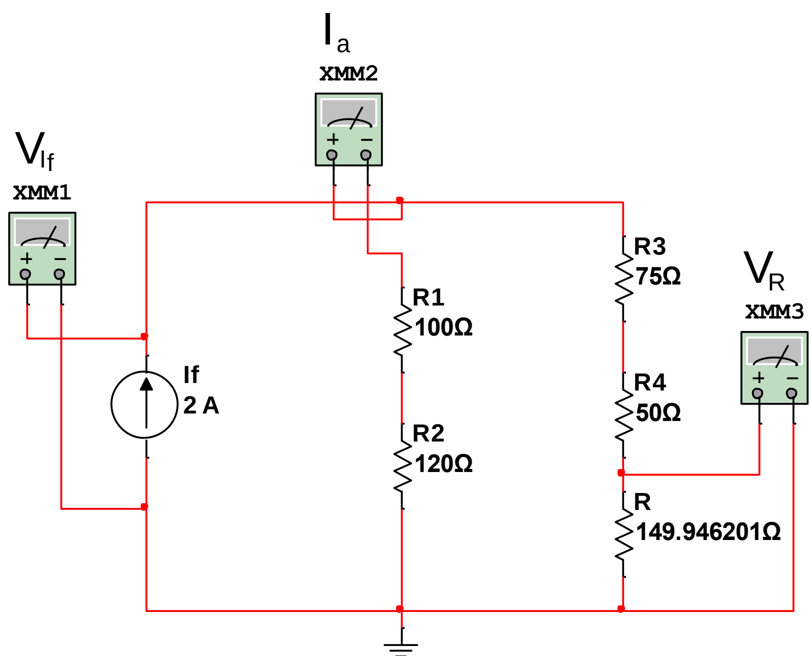
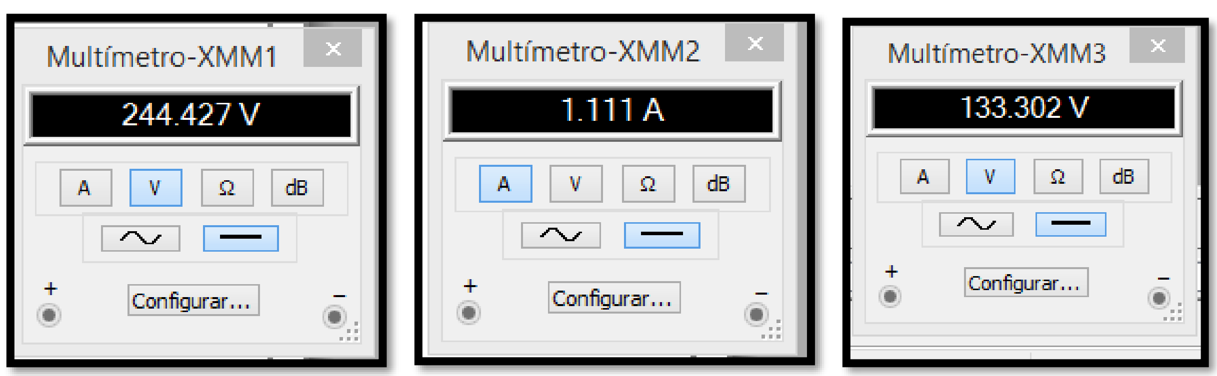


Figura 4. Lectura de V_{I_f} , I_a y V_R en Multisim 12



Nota importante

Debemos tener en cuenta que las simulaciones realizadas en Multisim 12 involucran equipos de medidas ideales, es decir Voltímetros con Resistencias Infinitas y Amperímetros con Resistencias Cero, esto con el fin de que las resistencias internas de estos equipos no afecten la medida, y por ende obtener resultados iguales a los obtenidos en el desarrollo analítico.

Segundo Punto **“Divisor de Tensión”**

Solución Literal a)

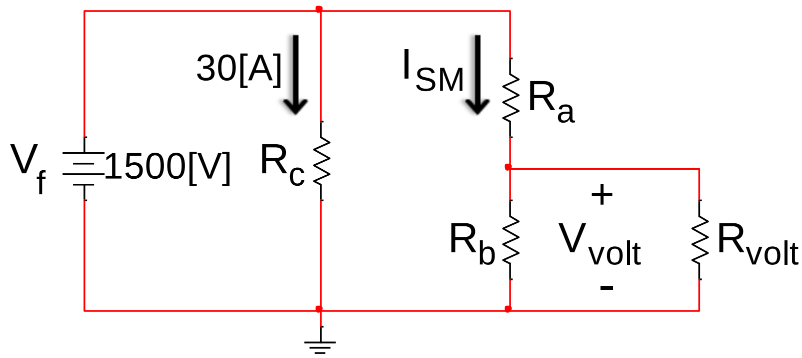


Figura 5. Circuito Literal a)

La solución del problema se inicia observando que los elementos V_f y R_C están conectados en paralelo, por esta razón ellos comparten la misma tensión.

Teniendo en cuenta lo dicho anteriormente se pude calcular el valor de R_C aplicando la ley de ohm

$$V_{R_C} = V_f \quad \rightarrow \quad V_{R_C} = 1500[V]$$

$$V_{R_C} = I_{R_C} * R_C \quad \rightarrow \quad \text{Ley de Ohm}$$

De la ley de ohm se despeja la variable R_C

$$R_C = \frac{V_{R_C}}{I_{R_C}}$$

Ahora se reemplazan los valores conocidos para obtener el valor de R_C

$$R_C = \frac{V_{R_C}}{I_{R_C}} \quad \rightarrow \quad R_C = \frac{1500[V]}{30[A]} \quad \rightarrow \quad R_C = 50[\Omega]$$

Una vez obtenido el valor de R_C se procede a calcular el valor de R_a, y para ello se elige un valor tanto para V_{volt} como para I_{SM}, que se encuentren dentro de los rangos establecidos y que permitan cumplir con las condiciones del diseño.

$$30[V] \leq V_{volt} \leq 600[V]$$

$$I_{SM} \leq 30[mA]$$

Para efectos de la solución analítica de este problema se elegirán los siguientes valores de V_{volt} e I_{SM} cumpliendo claramente con los límites establecidos para el diseño.

$$V_{volt} = 300[V] \quad e \quad I_{SM} = 20[mA]$$

Una vez elegidos los valores de V_{volt} *e* I_{SM}, estos valores se utilizan para encontrar tanto el valor de R_a como R_b

Para R_a se inicia aplicando la ley de ohm como se podrá ver a continuación

$$V_{R_a} = I_{SM} * R_a \quad \rightarrow \quad \text{Ley de Ohm}$$

De la ley de ohm se despeja la variable R_a

$$R_a = \frac{V_{R_a}}{I_{SM}}$$

Dado que el valor de V_{R_a} no está definido en el circuito y su valor aún se desconoce, se procede a asignar esta variable en el circuito para poder hallar su valor.

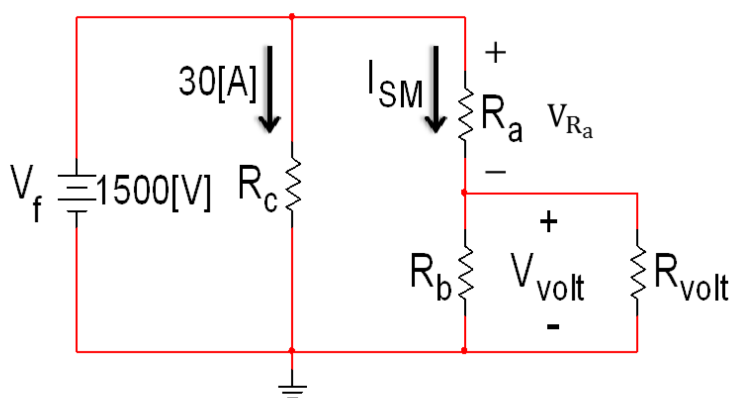


Figura 6. Circuito Literal a) Asignando Polaridad a V_{R_a}

Para el cálculo de V_{R_a} se aplica una Ley de Tensiones de Kirchhoff (LVK o LTK) $\quad LVK \rightarrow \sum V = 0$

Convención: recorrer el lazo externo en sentido horario

$$V_{R_a} + V_{R_{volt}} - V_f = 0 \quad \rightarrow \quad V_{R_a} = V_f - V_{R_{volt}}$$

Ahora se reemplazan los valores conocidos para obtener el valor de V_{R_a}

$$V_{R_a} = V_f - V_{R_{volt}} \quad \rightarrow \quad V_{R_a} = 1500[V] - 300[V] \quad \rightarrow \quad V_{R_a} = 1200[V]$$

Una vez encontrado el valor de V_{R_a} se puede utilizar este resultado para calcular el valor de R_a como se verá a continuación.

$$R_a = \frac{V_{R_a}}{I_{SM}} \quad \rightarrow \quad R_a = \frac{1200[V]}{20[mA]} \quad \rightarrow \quad R_a = 60[k\Omega]$$

Solución Literal b)

Para el cálculo de R_b se utilizará el resultado obtenido en el literal a, y además se aplicará el concepto de divisor de tensión.

Recordando que el concepto de Divisor de tensión se aplica en circuitos serie es necesario realizar el paralelo entre las resistencias R_b y R_{volt}

$$R_{eq} = R_b || R_{volt} \quad \rightarrow \quad \text{"}\textbf{Donde } (||) \textbf{ Indica elementos conectados en paralelo}\text{"}$$

$$R_{eq} = \frac{R_{b*}R_{volt}}{R_b + R_{volt}}[\Omega]$$

Dado que el valor de R_{volt} es conocido es conveniente sustituirlo para poder simplificar las expresiones resultantes

Se sabe que R_{volt} =10[MΩ]

$$R_{eq} = \frac{R_{b*}R_{volt}}{R_b + R_{volt}}[\Omega] \quad \rightarrow \quad R_{eq} = \frac{10x10^6 * R_b}{R_b + 10x10^6}\ [\Omega]$$

Una vez realizada la reducción de resistencias se procede a reconstruir el circuito inicialmente dado para aplicar el concepto de Divisor de tensión.

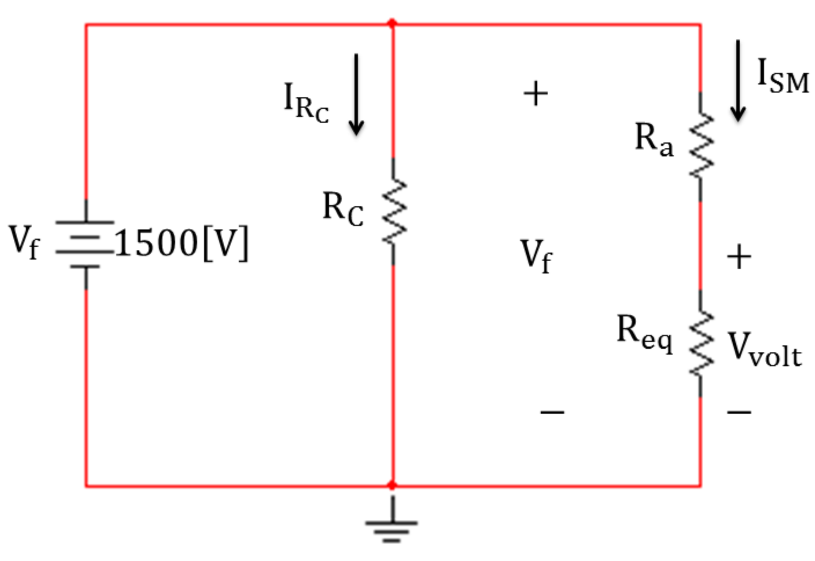


Figura 7. Circuito Literal b)

Teniendo en cuenta el circuito de la Figura 7 se aplica un Divisor de tensión para R_{eq}

$$V_{volt} = V_f * \frac{R_{eq}}{R_{eq} + R_a}$$

De la relación obtenida al aplicar el Divisor de tensión se despeja la relación de transformación o ganancia $\frac{Vf}{V_{volt}}$

$$\frac{V_f}{V_{volt}} = \frac{R_{eq} + R_a}{R_{eq}}$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos en el problema y se procede a despejar el valor de R_b

$$\frac{V_f}{V_{volt}} = \frac{R_{eq} + R_a}{R_{eq}} \quad \rightarrow \quad \frac{1500}{300} = \frac{\left(\frac{10x10^6 * R_b}{R_b + 10x10^6}\right) + (60x10^3)}{\left(\frac{10x10^6 * R_b}{R_b + 10x10^6}\right)}$$

$$5 = \frac{\left(\frac{(10x10^6 * R_b) * (60x10^3) + 10x10^6 * R_b}{R_b + 10x10^6}\right)}{\left(\frac{10x10^6 * R_b}{R_b + 10x10^6}\right)} \quad \rightarrow \quad 5 = \frac{(10x10^6 + R_b) * (60x10^3) + 10x10^6 * R_b}{10x10^6 * R_b}$$

$$5 = \frac{(600x10^9 + 60x10^3 * R_b) + 10x10^6 * R_b}{10x10^6 * R_b} \quad \rightarrow \quad 5 = \frac{10{,}06x10^6 * R_b + 600x10^9}{10x10^6 * R_b}$$

$$50x10^6 * R_b = 10{,}06x10^6 * R_b + 600x10^9$$

Aplicando los conceptos de ecuaciones lineales se debe dejar del lado izquierdo todo lo que dependa de R_b y el resto del lado derecho de la igualdad.

$$50x10^6 * R_b - 10{,}06x10^6 * R_b = 600x10^9 \quad \rightarrow \quad 39{,}94x10^6 * R_b = 600x10^9$$

Finalmente se despeja R_b multiplicando a ambos lados de la igualdad por $\frac{1}{39{,}94x10^6}$

$$\left(\frac{1}{39{,}94x10^6}\right) * (39{,}94x10^6 * R_b) = (600x10^9) * \left(\frac{1}{39{,}94x10^6}\right) \rightarrow \; R_b = 15{,}022534[k\Omega]$$

Como se puede observar el proceso para despejar R_b no es complejo, pero si algo laborioso, por este hecho también se puede constatar que el resultado obtenido es correcto mediante la utilización de un software como Matlab como se verá a continuación.

```
% Solución Segundo Punto Parcial II
% Semestre 2017-III
% Autor: Luis Felipe Imbachi Guerrero (Monitor de Análisis de Circuitos I)

clc
clear all
close all

syms x

Vvolt = input('Ingrese El Valor De Tensión Del Voltímetro Elegido = ');
ISM = input('Ingrese El Valor de Corriente Del Sistema De Medida Elegido = ');

VRa = 1500 - Vvolt;

Ra = (VRa)/(ISM);

RT = (1500)/(Vvolt);

Rb = solve(RT == (600e9 + (10.06e6)*x)/((10e6)*x),x);

Req = ((10e6)*(Rb))/(10e6 + Rb);

Req1 = Ra + Req;

ISM = (1500)/(Req1);

fprintf('La Resistencia Ra Requerida Para El Diseño Es = %f\n',Ra)

fprintf('La Resistencia Rb Requerida Para El Diseño Es = %f\n',Rb)
```

El resultado obtenido en Matlab es el siguiente

Ingrese El Valor De Tensión Del Voltímetro Elegido = 300

Ingrese El Valor de Corriente Del Sistema De Medida Elegido = 20e-3

La Resistencia Ra Requerida Para El Diseño Es = 60000.000000

La Resistencia Rb Requerida Para El Diseño Es = 15022.533801

Como se pudo observar el resultado obtenido analíticamente comparado con el resultado obtenido en Matlab es exactamente igual lo que nos garantiza que el desarrollo analítico es correcto.

Finalmente podemos verificar el valor de Ism haciendo uso de los resultados obtenidos en los literales a y b respectivamente.

Para el cálculo de I_{SM} se realiza la serie de las resistencias R_a y R_{eq} para luego aplicar la ley de ohm

$$R_{eq1} = R_a - -R_{eq} \quad \rightarrow \quad \text{"}\mathbf{Donde}\ (--)\ \mathbf{Indica\ elementos\ conectados\ en\ serie}\text{"}$$

$$R_{eq1} = R_a + R_{eq}$$

Ahora se reemplazan los valores conocidos para obtener el valor de R_{eq1}

$$R_{eq1} = R_a + \frac{R_{b*}R_{volt}}{R_b + R_{volt}} \rightarrow R_{eq1} = 60x10^3 + \frac{(15{,}022534x10^3) * (10x10^6)}{(15{,}022534x10^3) + (10x10^6)} \rightarrow R_{eq1} = 75[k\Omega]$$

Una vez realizada la reducción de resistencias se procede a reconstruir el circuito para el cálculo de I_{SM}

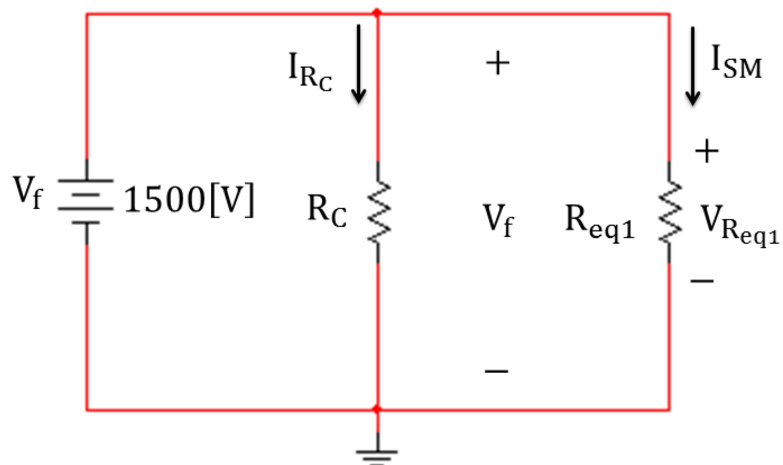


Figura 8. Circuito Literal c)

Para el cálculo de I_{SM} aplicamos la ley de ohm

$$V_{R_{eq1}} = V_f = 1500[V]$$

$$V_{R_{eq1}} = I_{SM} * R_{eq1} \quad \rightarrow \quad \text{Ley de Ohm}$$

De la ley de ohm se despeja la variable I_{SM}

$$I_{SM} = \frac{V_{R_{eq1}}}{R_{eq1}}$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos para obtener el valor de I_{SM}

$$I_{SM} = \frac{V_{R_{eq1}}}{R_{eq1}} \rightarrow I_{SM} = \frac{1500[V]}{75[k\Omega]} \rightarrow I_{SM} = 20[mA]$$

Los resultados obtenidos manualmente para dar solución al problema propuesto pueden ser igualmente verificados mediante una simulación en un software capaz de simular circuitos en corriente continua, para efectos de las soluciones que se proponen en este documento el simulador que se utilizara es Multisim 12.

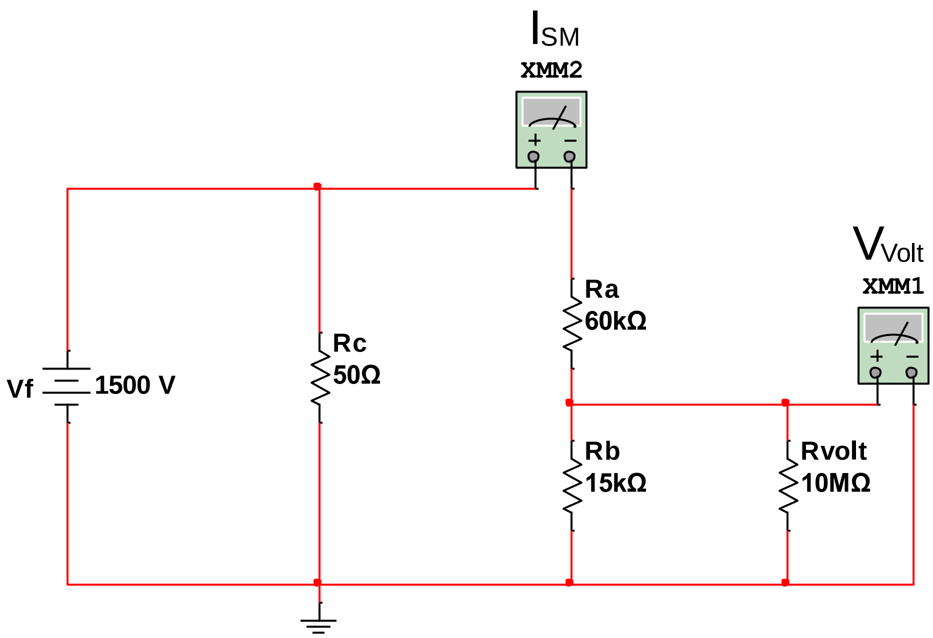
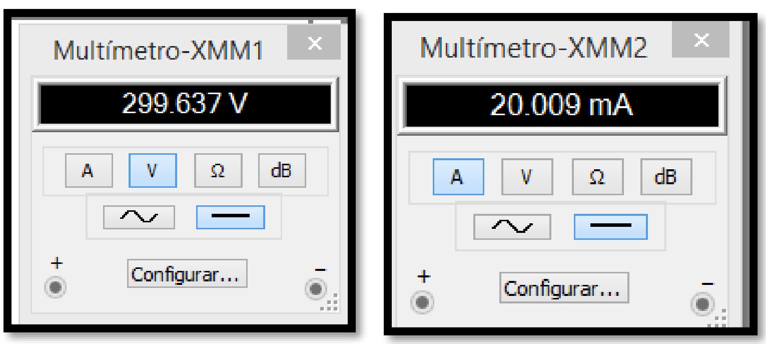


Figura 9. Lectura de V_{volt} e I_{SM} en Multisim 12



Nota importante

Debemos tener en cuenta que las simulaciones realizadas en Multisim 12 involucran equipos de medidas ideales, es decir Voltímetros con Resistencias Infinitas y Amperímetros con Resistencias Cero, esto con el fin de que las resistencias internas de estos equipos no afecten la medida, y por ende obtener resultados iguales a los obtenidos en el desarrollo analítico.

Tercer Punto-**Resistencia Equivalente**

Solución Literal a)

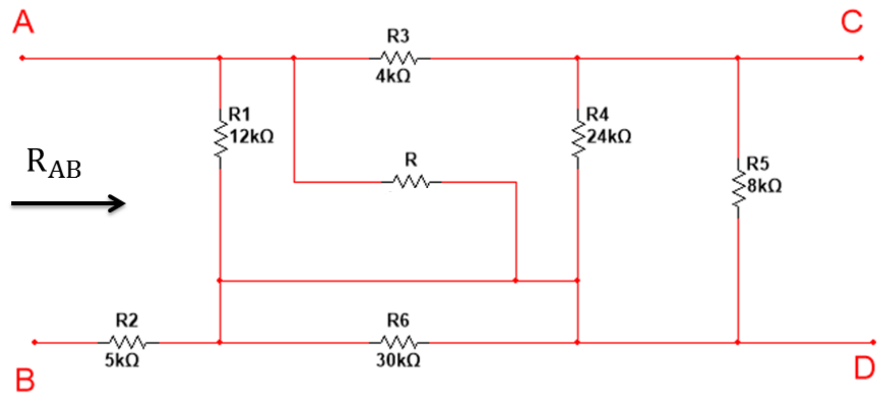


Figura 9. Circuito Literal a)

La primera reducción que se puede realizar es la que respecta a las resistencias R4 y R5 las cuales se encuentran conectadas en paralelo, dado que están conectadas al mismo par de nodos (Nodos C y D).

$$R_{eq1} = R_4 || R_5 \quad \rightarrow \quad \text{"}\textbf{Donde } (||) \textbf{ Indica elementos conectados en paralelo}\text{"}$$

$$R_{eq1} = \frac{R_4 * R_5}{R_4 + R_5}$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos para obtener R_{eq1}

$R_4 = 24[k\Omega]$ y $R_5 = 8[k\Omega]$

$$R_{eq1} = \frac{R_4 * R_5}{R_4 + R_5} \quad \rightarrow \quad R_{eq1} = \frac{(24[k\Omega]) * (8[k\Omega])}{(24[k\Omega]) + (8[k\Omega])} \quad \rightarrow \quad R_{eq1} = 6[k\Omega]$$

Una vez calculado el valor de $R_{eq1} = 6[k\Omega]$ se reconstruye el circuito teniendo en cuenta dicha reducción

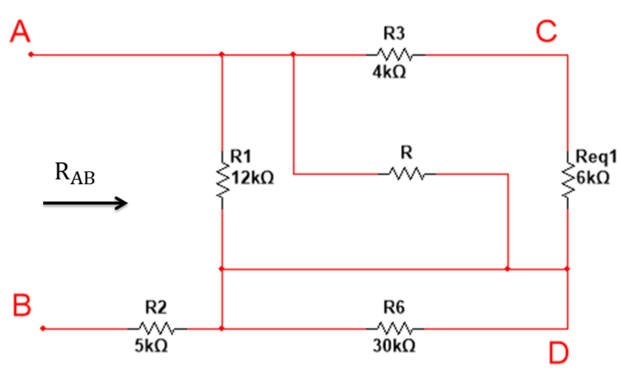


Figura 10. Circuito Literal a) Primera Reducción

Teniendo en cuenta el circuito de la Figura 10 y recordando que un cortocircuito se puede modelar como una Resistencia de un valor igual a cero, es posible obtener una resistencia equivalente entre R6 y el cortocircuito R_{Corto}.

$$R_{eq2} = R_6 || R_{Corto} \quad \rightarrow \quad \text{"}\textbf{Donde } (||) \textbf{ Indica elementos conectados en paralelo}\text{"}$$

$$R_{eq2} = \frac{R_6 * R_{Corto}}{R_6 + R_{Corto}}$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos para obtener R_{eq2}

$R_6 = 30[k\Omega]$ y $R_{Corto} = 0[\Omega]$

$$R_{eq2} = \frac{R_6 * R_{Corto}}{R_6 + R_{Corto}} \quad \rightarrow \quad R_{eq2} = \frac{(30[k\Omega]) * (0[\Omega])}{(30[k\Omega]) + (0[\Omega])} \quad \rightarrow \quad R_{eq2} = 0[\Omega]$$

Una vez calculado el valor de $R_{eq2} = 0[\Omega]$ se reconstruye el circuito teniendo en cuenta dicha reducción

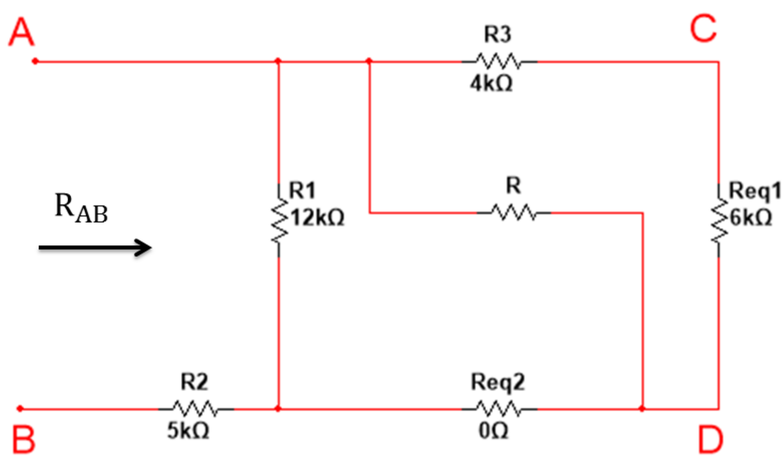


Figura 11. Circuito Literal a) Segunda Reducción

Teniendo en cuenta el circuito de la Figura 11, se puede observar que R3 se encuentra en serie con Req1, pues por ella circula la misma corriente.

$$R_{eq3} = R_{eq1} -- R_3 \quad \rightarrow \quad \text{"}\textbf{Donde } (--) \textbf{ Indica elementos conectados en serie}\text{"}$$

$$R_{eq3} = R_{eq1} + R_3$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos para obtener R_{eq3}

$R_{eq1} = 6[k\Omega]$ y $R_3 = 4[k\Omega]$

$$R_{eq3} = R_{eq1} + R_3 \quad \rightarrow \quad R_{eq3} = 6[k\Omega] + 4[k\Omega] \quad \rightarrow \quad R_{eq3} = 10[k\Omega]$$

Una vez calculado el valor de $R_{eq3} = 10[k\Omega]$ se reconstruye el circuito teniendo en cuenta dicha reducción

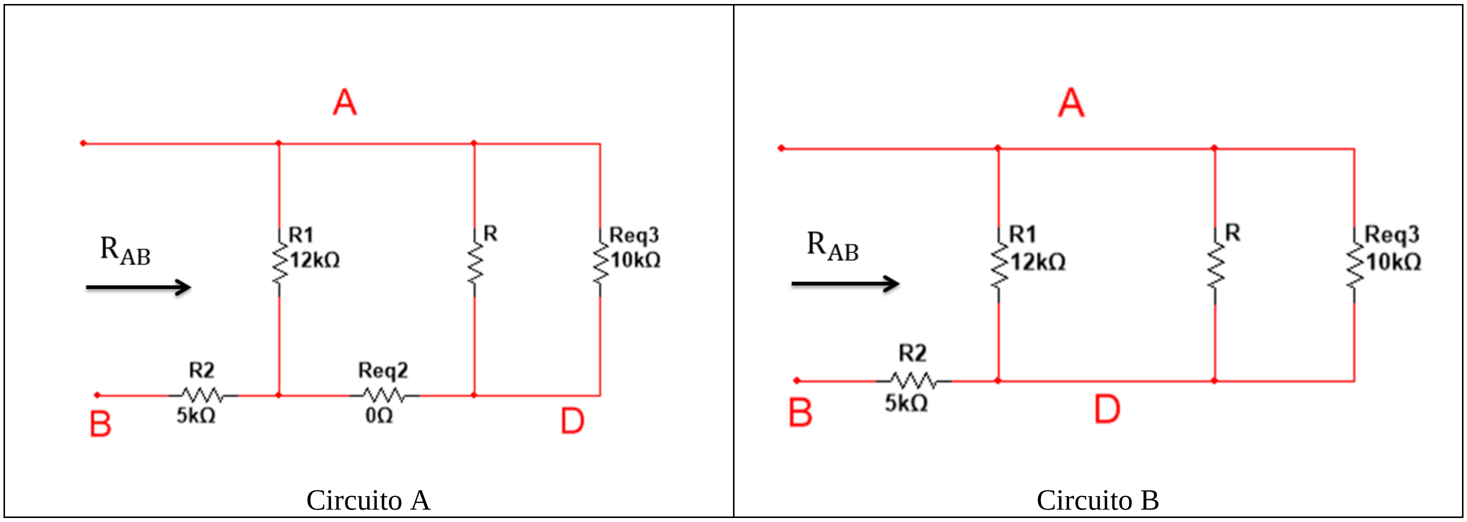


Figura 12. Circuito Literal a) Tercera Reducción

Como se puede observar en la Figura 12, el circuito se puede redibujar de dos formas pero que representan exactamente lo mismo, para efectos de la solución que se propone en este documento se optara por el Circuito B.

La elección del Circuito B responde a que en este se ve que claramente las resistencias R1, R y Req3 están conectadas en paralelo, pues estas están conectadas al mismo par de nodos (Nodos A y D).

$$R_{eq4} = R_1||R||R_{eq3} \quad \rightarrow \quad \text{"}\textbf{Donde (||) Indica elementos conectados en paralelo}\text{"}$$

Para el cálculo de R_{eq4} se hora uso del concepto de conductancia para simplificar los cálculos

$$R_{eq4} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R_{eq3}}}$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos para obtener R_{eq4}

$R_1 = 12[k\Omega]$, $R_{eq3} = 10[k\Omega]$

$$R_{eq4} = \frac{1}{\frac{1}{12[k\Omega]} + \frac{1}{R} + \frac{1}{10[k\Omega]}} \rightarrow R_{eq4} = \frac{1}{\frac{10[k\Omega] + 12[k\Omega]}{120[M\Omega]} + \frac{1}{R}} \rightarrow R_{eq4} = \frac{1}{\frac{22[k\Omega]}{120[M\Omega]} + \frac{1}{R}}$$

$$R_{eq4} = \frac{1}{\frac{(22[k\Omega]) * R + 120[M\Omega]}{(120[M\Omega]) * R}} \rightarrow R_{eq4} = \frac{(120[M\Omega]) * R}{(22[k\Omega]) * R + 120[M\Omega]}$$

Una vez calculado el valor de $R_{eq4} = \frac{(120[M\Omega])*R}{(22[k\Omega])*R+120[M\Omega]}$ se reconstruye el circuito teniendo en cuenta dicha reducción

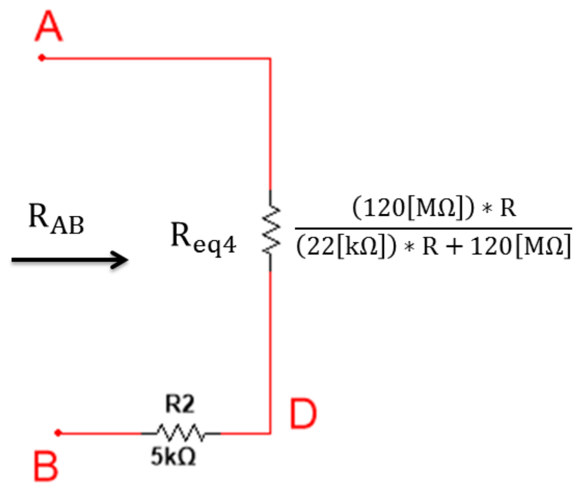


Figura 13. Circuito Literal a) Cuarta Reducción

Finalmente, el circuito de la Figura 13 permite observar que Req4 se encuentra en serie con R2, pues por ellas circula la misma corriente.

$$R_{eq5} = R_{eq4} - -R_2 \quad \rightarrow \quad \text{"}\textbf{Donde } (--) \textbf{ Indica elementos conectados en serie}\text{"}$$

$$R_{eq5} = R_{eq4} + R_2$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos para obtener R_{eq5}

$$R_{eq4} = \frac{(120[M\Omega]) * R}{(22[k\Omega]) * R + 120[M\Omega]} \qquad y \qquad R_2 = 5[k\Omega]$$

$$R_{eq5} = R_{eq4} + R_2 \quad \rightarrow \quad R_{eq5} = \frac{(120[M\Omega]) * R}{(22[k\Omega]) * R + 120[M\Omega]} + 5[k\Omega]$$

Es importante recordar que inicialmente el problema proporciona un dato referente a la resistencia vista desde los terminales A-B

$$R_{AB} = 9[k\Omega]$$

Ahora teniendo en cuenta que $R_{eq5} = R_{AB} = 9[k\Omega]$, se procede a despejar R

$$\frac{(120[M\Omega]) * R}{(22[k\Omega]) * R + 120[M\Omega]} + 5[k\Omega] = 9[k\Omega] \rightarrow \frac{(120[M\Omega]) * R}{(22[k\Omega]) * R + 120[M\Omega]} = 9[k\Omega] - 5[k\Omega]$$

$$\frac{(120[M\Omega]) * R}{(22[k\Omega]) * R + 120[M\Omega]} = 4[k\Omega] \rightarrow (120[M\Omega]) * R = (4[k\Omega]) * \big((22[k\Omega]) * R + 120[M\Omega]\big)$$

Aplicando la propiedad distributiva de la aritmética se simplifica la expresión

$$(120[M\Omega]) * R = 88[M\Omega] * R + 480[G\Omega] \rightarrow (120[M\Omega]) * R - 88[M\Omega] * R = 480[G\Omega]$$

$$(32[M\Omega]) * R = 480[G\Omega] \rightarrow R = 15[k\Omega]$$

Solución Literal b)

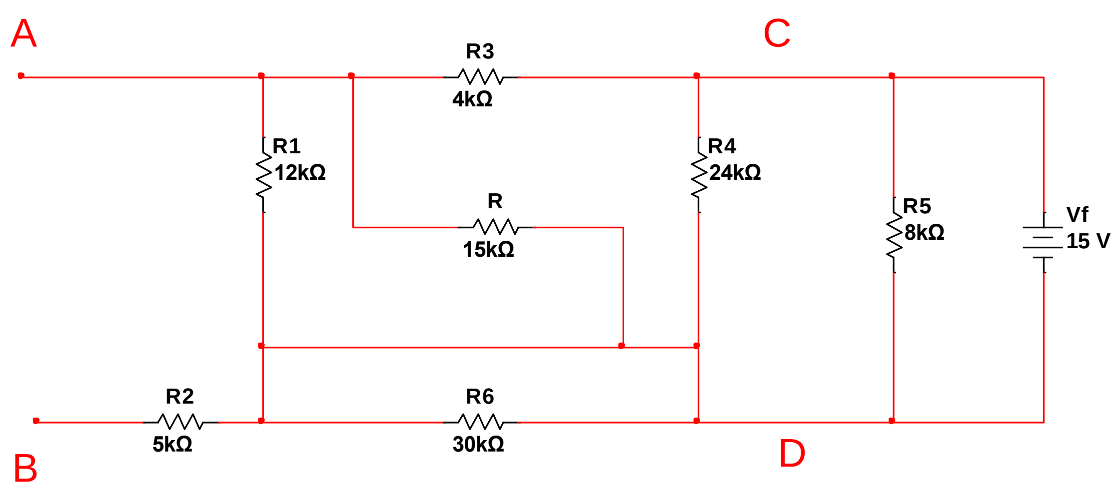


Figura 14. Circuito Literal b)

Tal como se puede observar en el circuito mostrado en la Figura 14 la resistencia R6=30[kΩ] se encuentra en paralelo con un cortocircuito, y aplicando conceptos de circuitos se debe recordar que dos elementos conectados en paralelo tienen la misma tensión, por este concepto la respuesta al literal b del problema es que la tensión en la resistencia R6=30[kΩ] es cero voltios, dado que por definición la tensión en un cortocircuito es cero voltios.

$$V_{R_6} = V_{R_{Corto}} = 0[V]$$

Solución Literal c) Parte 1

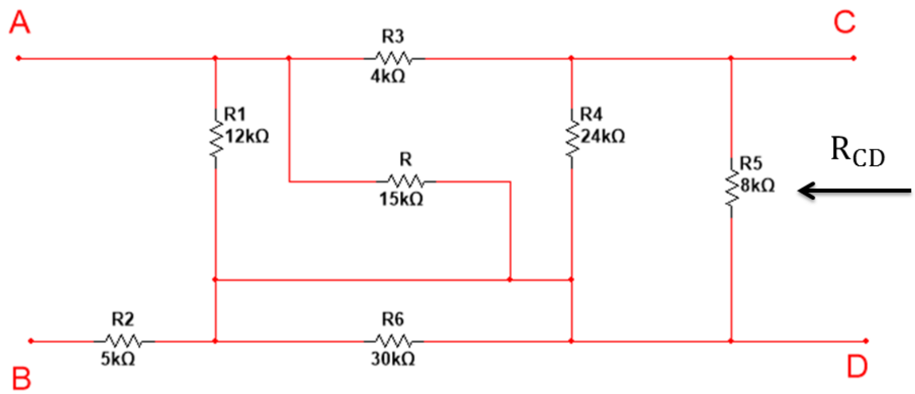


Figura 15. Circuito Literal c) Parte 1

La primera reducción que se puede realizar es la referente a las resistencias R6 y Rcorto, pues estas están conectadas al mismo par de nodos (Nodos C y D).

$$R_{eq1} = R_6||R_{Corto} \quad \rightarrow \quad \text{"}\textbf{Donde } (||) \textbf{ Indica elementos conectados en paralelo}\text{"}$$

$$R_{eq1} = \frac{R_6 * R_{Corto}}{R_6 + R_{Corto}}$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos para obtener R_{eq2}

$R_6 = 30[k\Omega]$ y $R_{Corto} = 0[\Omega]$

$$R_{eq1} = \frac{R_6 * R_{Corto}}{R_6 + R_{Corto}} \quad \rightarrow \quad R_{eq1} = \frac{(30[k\Omega]) * (0[\Omega])}{(30[k\Omega]) + (0[\Omega])} \quad \rightarrow \quad R_{eq1} = 0[\Omega]$$

Una vez calculado el valor de $R_{eq1} = 0[\Omega]$ se reconstruye el circuito teniendo en cuenta dicha reducción

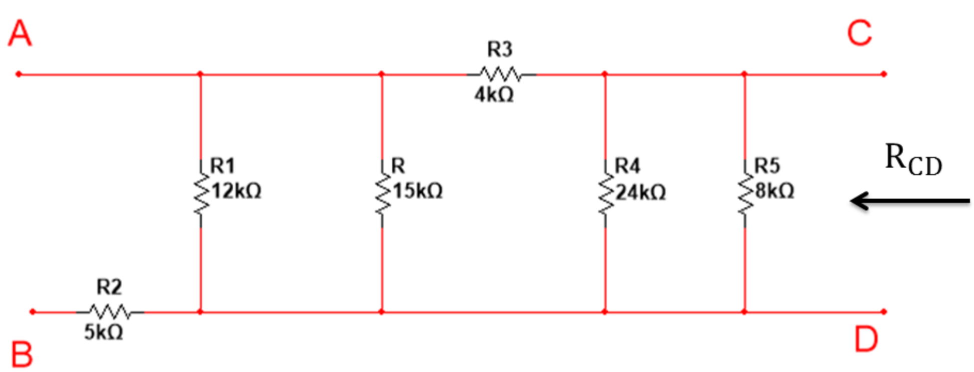


Figura 15. Circuito Literal c) Parte 1-Primera Reducción

El circuito de la Figura 15 permite observar además de una posible reducción de resistencias correspondiente a las resistencias R1 y R, también identificar que la Resistencias R2 no hace parte del circuito por no encontrarse conectada directamente al circuito.

Teniendo en cuenta las anteriores observaciones se procede a realizar la reducción de resistencias entre R1 y R que son dos resistencias que se encuentran conectadas en paralelo, pues estas se encuentran conectadas al mismo par de nodos (Nodos A y D)

$$\mathrm{R_{eq2}} = \mathrm{R_1}||\mathrm{R} \quad \rightarrow \quad \text{"}\textbf{Donde } (||) \textbf{ Indica elementos conectados en paralelo}\text{"}$$

$$\mathrm{R_{eq2}} = \frac{\mathrm{R_1} * \mathrm{R}}{\mathrm{R_1} + \mathrm{R}}$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos para obtener $\mathrm{R_{eq2}}$

$\mathrm{R_1} = 12[\mathrm{k\Omega}]$ y $\mathrm{R} = 15[\mathrm{k\Omega}]$

$$\mathrm{R_{eq2}} = \frac{\mathrm{R_1} * \mathrm{R}}{\mathrm{R_1} + \mathrm{R}} \quad \rightarrow \quad \mathrm{R_{eq2}} = \frac{(12[\mathrm{k\Omega}]) * (15[\mathrm{k\Omega}])}{(12[\mathrm{k\Omega}]) + (15[\mathrm{k\Omega}])} \quad \rightarrow \quad \mathrm{R_{eq2}} = \frac{20}{3}[\mathrm{k\Omega}]$$

Una vez calculado el valor de $\mathrm{R_{eq2}} = \frac{20}{3}[\mathrm{k\Omega}]$ se reconstruye el circuito teniendo en cuenta dicha reducción

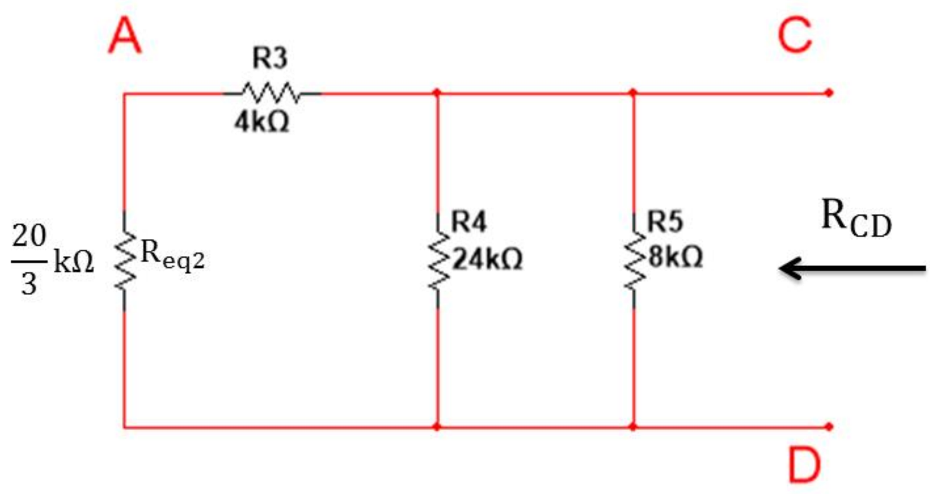


Figura 16. Circuito Literal c) Parte 1-Segunda Reducción

Teniendo en cuenta el circuito de la Figura 16 se puede observar que las resistencias Req2 y R3 se encuentran conectadas en serie, pues por ellas circula la misma corriente.

$$R_{eq3} = R_{eq2} - -R_3 \quad \rightarrow \quad \text{"}\textbf{Donde } (--) \textbf{ Indica elementos conectados en serie}\text{"}$$

$$R_{eq3} = R_{eq2} + R_3$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos para obtener R_{eq3}

$$R_{eq2} = \frac{20}{3}[k\Omega] \qquad \text{y} \qquad R_3 = 4[k\Omega]$$

$$R_{eq3} = R_{eq2} + R_3 \quad \rightarrow \quad R_{eq3} = \frac{20}{3}[k\Omega] + 4[k\Omega] \quad \rightarrow \quad R_{eq3} = \frac{32}{3}[k\Omega]$$

Una vez calculado el valor de $R_{eq3} = \frac{32}{3}[k\Omega]$ se reconstruye el circuito teniendo en cuenta dicha reducción

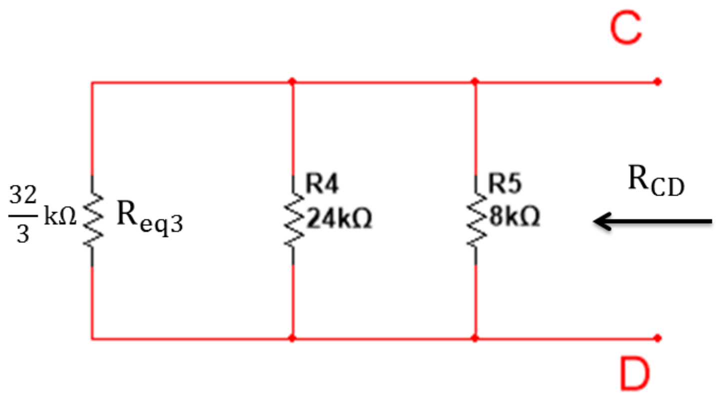


Figura 17. Circuito Literal c) Parte1-Tercera Reducción

En el circuito de la Figura 17 se puede observar que las resistencias Req3, R4 y R5 se encuentran conectadas en paralelo, pues estas están conectadas al mismo par de nodos (Nodos C y D)

$$R_{eq4} = R_{eq3}||R_4||R_5 \quad \rightarrow \quad \text{"}\textbf{Donde } (||) \textbf{ Indica elementos conectados en paralelo}\text{"}$$

Para el cálculo de R_{eq4} se hará uso del concepto de conductancia para simplificar los cálculos

$$R_{eq4} = \frac{1}{\frac{1}{R_{eq3}} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}}$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos para obtener R_{eq4}

$$R_{eq3} = \frac{32}{3}[k\Omega]\,, R_4 = 24[k\Omega] \;\; y \;\; R_5 = 8[k\Omega]$$

$$R_{eq4} = \frac{1}{\frac{1}{\left(\frac{32}{3}[k\Omega]\right)} + \frac{1}{(24[k\Omega])} + \frac{1}{(8[k\Omega])}} \rightarrow R_{eq4} = \frac{96}{25}[k\Omega] \rightarrow R_{eq4} \approx 3{,}84[k\Omega]$$

Finalmente $R_{eq4} = R_{CD}$

$$R_{CD} = \frac{96}{25}[k\Omega] \rightarrow R_{CD} \approx 3{,}84[k\Omega]$$

Solución Literal c) Parte 2

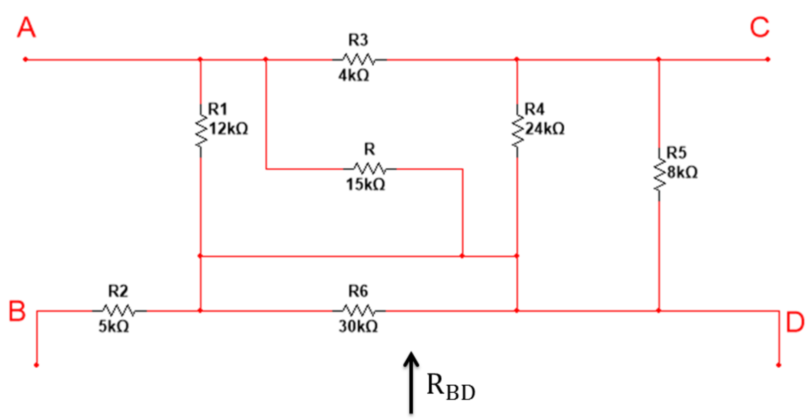


Figura 18. Circuito Literal c) Parte 2

El problema propone determinar la Resistencia equivalente vista desde los terminales B y D, pero antes de iniciar con las reducciones es importante realizar algunas observaciones que podrían simplificar algunos cálculos, para ello se observara una nueva ilustración del circuito.

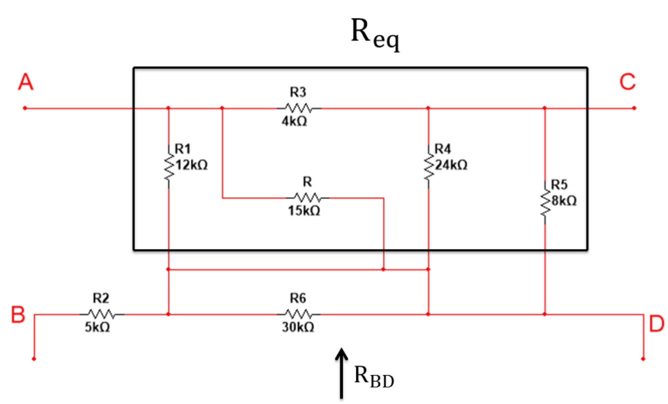


Figura 19. Circuito Literal c) Indicando Req

Como se puede observar el circuito mostrado en la Figura 19 permite evidenciar que al realizar las respectivas reducciones de las resistencias se obtiene una resistencia equivalente que quedara conectada en paralelo con un cortocircuito, esta observación permite reducir el circuito a un equivalente como el que se muestra en la Figura 20.

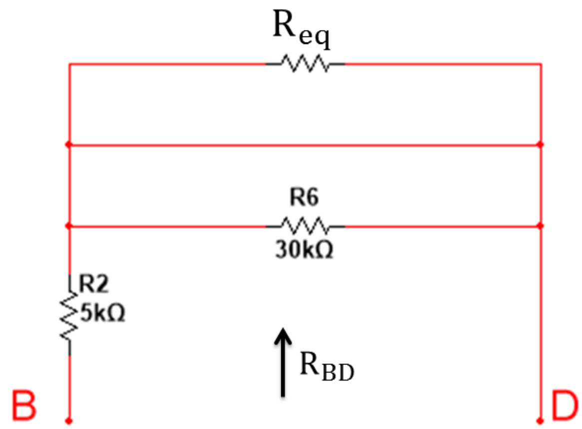


Figura 20. Circuito Literal c) Parte 2-Primera Reducción

El valor de Req no es importante para este caso en particular dado que por estar conectada en paralélelo a un cortocircuito el equivalente que resultara del paralelo cero nulo, y eso se puede ver claramente a continuación.

$$\mathrm{R_{eq1}} = \mathrm{R_{Corto}}||\mathrm{R_{eq}}||\mathrm{R_6} \quad \rightarrow \quad \text{"}\textbf{Donde } (||) \textbf{ Indica elementos conectados en paralelo}\text{"}$$

Para el cálculo de $\mathrm{R_{eq1}}$ se hora uso del concepto de conductancia para simplificar los cálculos

$$\mathrm{R_{eq1}} = \frac{1}{\frac{1}{\mathrm{R_{eq}}} + \frac{1}{\mathrm{R_{Corto}}} + \frac{1}{\mathrm{R_6}}} \rightarrow \mathrm{R_{eq1}} = \frac{1}{\frac{\mathrm{R_{Corto}} + \mathrm{R_{eq}}}{(\mathrm{R_{eq}}) * (\mathrm{R_{Corto}})} + \frac{1}{\mathrm{R_6}}} \rightarrow \mathrm{R_{eq1}} = \frac{1}{\frac{(\mathrm{R_6}) * (\mathrm{R_{Corto}} + \mathrm{R_{eq}}) + (\mathrm{R_{eq}}) * (\mathrm{R_{Corto}})}{(\mathrm{R_{eq}}) * (\mathrm{R_{Corto}}) * (\mathrm{R_6})}}$$

$$\mathrm{R_{eq1}} = \frac{(\mathrm{R_{eq}}) * (\mathrm{R_{Corto}}) * (\mathrm{R_6})}{(\mathrm{R_6}) * (\mathrm{R_{Corto}} + \mathrm{R_{eq}}) + (\mathrm{R_{eq}}) * (\mathrm{R_{Corto}})}$$

Teniendo en cuenta que $\mathrm{R_{Corto}} = 0[\Omega]$

$$\mathrm{R_{eq1}} = \frac{(\mathrm{R_{eq}}) * (0[\Omega]) * (\mathrm{R_6})}{(\mathrm{R_6}) * (\mathrm{R_{Corto}} + \mathrm{R_{eq}}) + (\mathrm{R_{eq}}) * (\mathrm{R_{Corto}})} \rightarrow \mathrm{R_{eq1}} = \frac{0[\Omega]}{(\mathrm{R_6}) * (\mathrm{R_{Corto}} + \mathrm{R_{eq}}) + (\mathrm{R_{eq}}) * (\mathrm{R_{Corto}})}$$

$$\mathrm{R_{eq1}} = 0[\Omega]$$

Como se pudo observar fue posible demostrar que el resultado al equivalente entre Req, R6 y Rcorto era nulo, por lo tanto, se pude reconstruir el circuito teniendo en cuenta esta reducción.

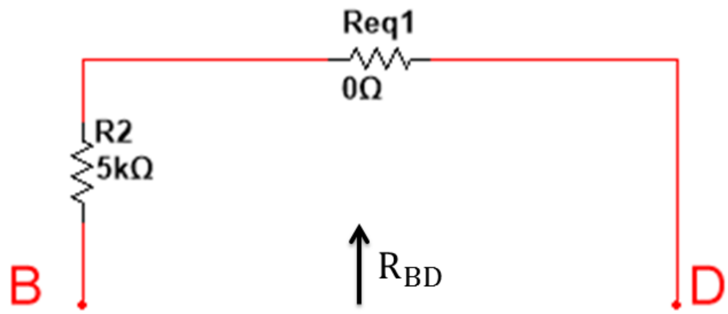


Figura 21. Circuito Literal c) Parte 2-Segunda Reducción

Finalmente, el circuito de la Figura 21 permite observar que R_{BD} será la equivalente serie de R2 y Req1, tal como se muestra a continuación.

$$R_{eq2} = R_{eq1} - -R_2 \quad \rightarrow \quad \text{"}\textbf{Donde } (--) \textbf{ Indica elementos conectados en serie}\text{"}$$

$$R_{eq2} = R_{eq1} + R_2$$

Ahora se reemplazan los datos conocidos para obtener R_{eq2}

$R_{eq1} = 0[\Omega]$ y $R_2 = 5[k\Omega]$

$$R_{eq2} = R_{eq1} + R_2 \quad \rightarrow \quad R_{eq2} = 0[\Omega] + 5[k\Omega] \quad \rightarrow \quad R_{eq2} = 5[k\Omega]$$

Finalmente $R_{eq2} = R_{BD}$

$$R_{BD} = 5[k\Omega]$$

Los cálculos realizados anteriormente para obtener las resistencias equivalentes R_{AB}, R_{CD} y R_{BD} proporcionaron la respuesta a cada uno de los ítems propuestos por el problema en cuestión, pero antes de dar por terminada la solución se complementará realizando una simulación en Multisim que permita corroborar los resultados obtenidos analíticamente.

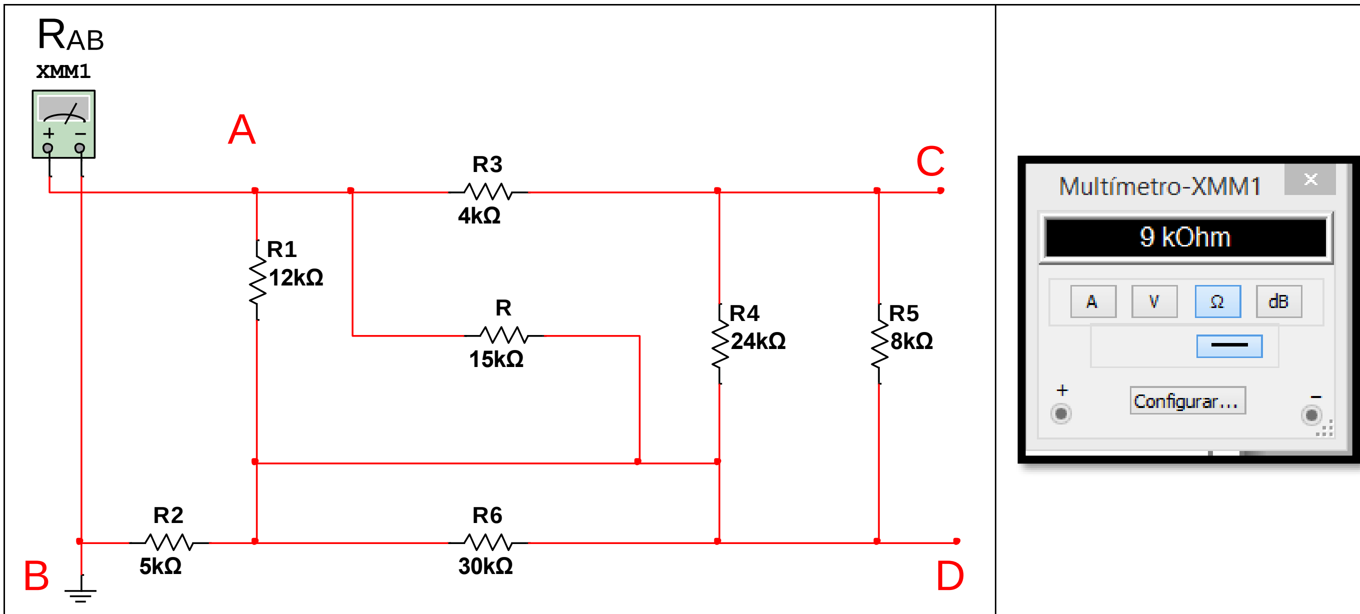


Figura 22. Lectura R_{AB} En Multisim 12

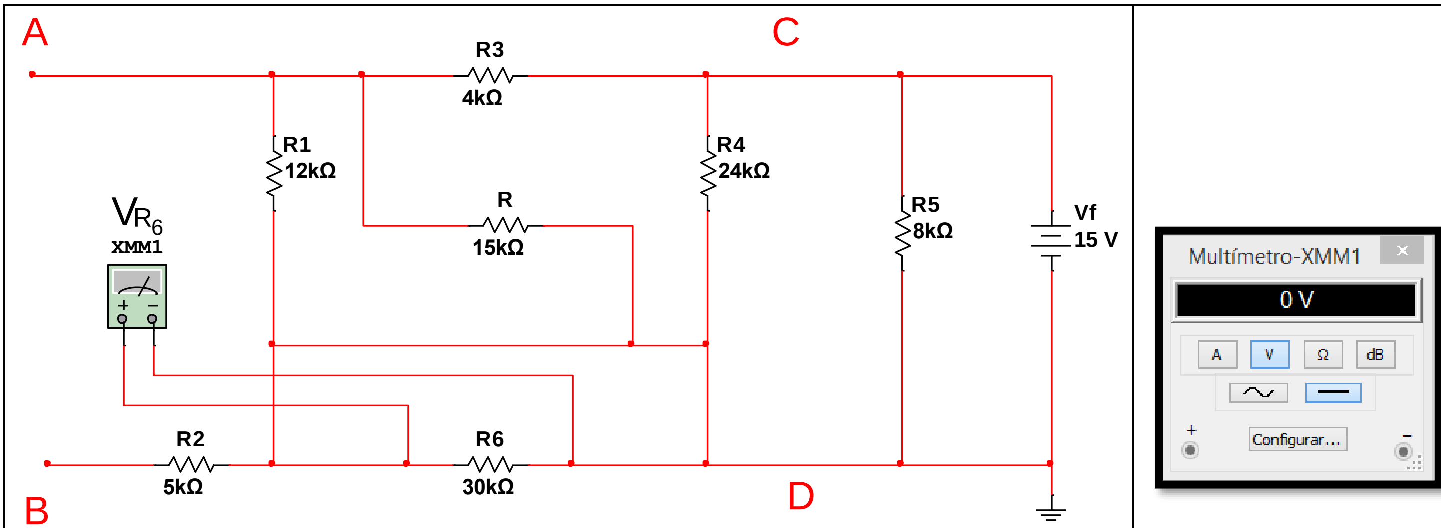


Figura 23. Lectura V_{R_6} En Multisim 12

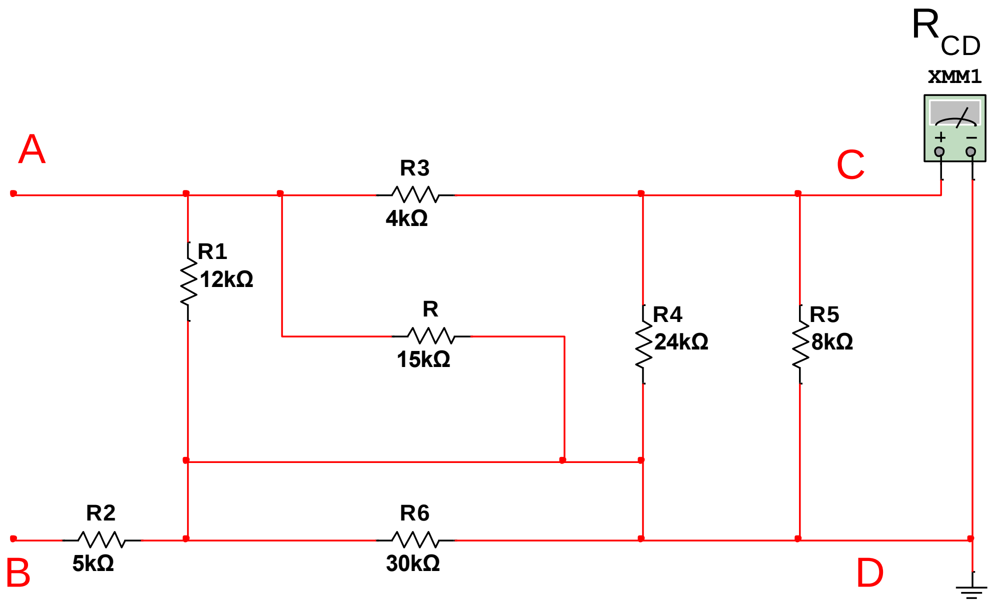


Figura 24. Lectura R_{CD} En Multisim 12

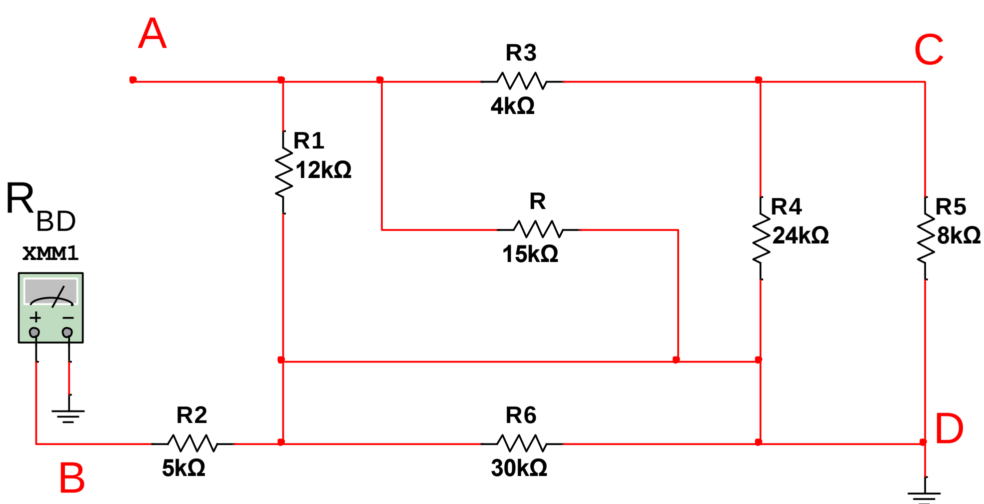


Figura 25. Lectura R_{BD} En Multisim 12

Como se pudo observar solución analítica concuerda perfectamente con la simulación realizada en Multisim 12, esto permite concluir que los resultados obtenidos analíticamente son correctos.